

Étude des arbres couvrants optimisés et de leur application dans les réseaux

Stage de recherche M2 ou Ingénieur (Bac+5)
(avec possibilité de poursuite en thèse)

Lieu : Université de Bourgogne, Laboratoire LIB, équipe CombNet - Dijon

Encadrement : Mohammed Lalou, Nader Mbarek, Olivier Togni

Durée : 5 mois (avril-août 2024), gratification : environ 600€/ mois

Description: Tout graphe connexe qui contient des cycles possède plusieurs arbres couvrants. Définir et utiliser plusieurs arbres couvrants dans un graphe/réseau peut se révéler utile (par exemple dans un réseau ad-hoc ou un réseau de Data center [10, 8]), en particulier si l'on optimise la disjonction entre ces arbres. Plusieurs niveaux de disjonction ont donc été définis et étudiés [3] ; le plus récent et le plus contraint étant celui d'arbres complètement indépendants : les arbres couvrants T_1, T_2, \dots, T_k d'un graphe G sont des **arbres couvrants complètement indépendants (ACCI)** si pour tous sommets x et y de G , les chemins de x à y dans les T_i sont deux à deux disjoints excepté aux extrémités.

Depuis son introduction par Asunuma en 2001 [5], le problème des ACCI a fait l'objet de nombreux travaux. Le problème de trouver deux ACCI dans un graphe est connu pour être NP-complet [7]. Araki a donné une condition suffisante à la Dirac pour qu'un graphe possède k ACCI. Différents auteurs ont prouvé l'existence de 2 ou 3 ACCI dans des variantes de l'hypercube [11, 2, 13, 1]. Il y a aussi des résultats partiels pour les graphes planaires [6], les produits de graphes [7, 4], les k -arbres [9] et certains graphes de Cayley [12].

Étant donné que de nombreux graphes ne contiennent même pas 2 ACCI, Darties et al. [4] ont introduit une relaxation du problème : les (i, j) -ACCI dans lesquels on se permet au plus i sommets internes communs et au plus j arêtes internes communes au total entre tous les arbres couvrants.

Les objectifs de ce stage de master sont de :

1. Trouver plusieurs ACCI ou (i, j) -ACCI optimisés (avec i et/ou j petit) dans de nouvelles classes de graphes, par exemple les graphes circulants et les graphes de Kneser et/ou optimiser le diamètre maximum (ou la distance moyenne) des arbres couvrants construits ;
2. Proposer des méthodes heuristiques pour trouver des ACCI ou (i, j) -ACCI dans un graphe quelconque et le tester sur des instances de graphes/réseaux du monde réel ;
3. Étudier l'applicabilité des ACCI et (i, j) -ACCI dans le domaine des réseaux.

References

- [1] G. Chen, B. Cheng, and D. Wang. Constructing completely independent spanning trees in data center network based on augmented cube. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 32(3):665–673, 2020.
- [2] B. Cheng, D. Wang, and J. Fan. Constructing completely independent spanning trees in crossed cubes. *Discrete Applied Mathematics*, 219:100–109, 2017.
- [3] B. Cheng, D. Wang, and J. Fan. Independent spanning trees in networks: A survey. 55(14s), 2023.
- [4] B. Darties, N. Gastineau, and O. Togni. Completely independent spanning trees in some regular graphs. *Discrete Applied Mathematics*, 217:163–174, 2017.
- [5] T. Hasunuma. Completely independent spanning trees in the underlying graph of a line digraph. *Discrete mathematics*, 234(1-3):149–157, 2001.
- [6] T. Hasunuma. Completely independent spanning trees in maximal planar graphs. In *Graph-Theoretic Concepts in Computer Science: 28th Int. Workshop, WG 2002 Czech Republic, 2002 Revised Papers 28*, pages 235–245. Springer, 2002.
- [7] T. Hasunuma and C. Morisaka. Completely independent spanning trees in torus networks. *Networks*, 60(1):59–69, 2012.
- [8] X.-Y. Li, W. Lin, X. Liu, C.-K. Lin, K.-J. Pai, and J.-M. Chang. Completely independent spanning trees on bcc data center networks with an application to fault-tolerant routing. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 33(8):1939–1952, 2021.
- [9] M. Matsushita, Y. Otachi, and T. Araki. Completely independent spanning trees in (partial) k-trees. *Discussiones Mathematicae: Graph Theory*, 35(3), 2015.
- [10] A. Moinet, B. Darties, N. Gastineau, J.-L. Baril, and O. Togni. Completely independent spanning trees for enhancing the robustness in ad-hoc networks. In *2017 IEEE WiMob Conference*, pages 63–70, 2017.
- [11] K.-J. Pai and J.-M. Chang. Constructing two completely independent spanning trees in hypercube-variant networks. *Theoretical Computer Science*, 652:28–37, 2016.
- [12] K.-J. Pai, R.-S. Chang, and J.-M. Chang. Constructing dual-cists of pancake graphs and performance assessment of protection routings on some cayley networks. *The Journal of Supercomputing*, 77(1):990–1014, 2021.
- [13] K.-J. Pai, R.-S. Chang, R.-Y. Wu, and J.-M. Chang. Three completely independent spanning trees of crossed cubes with application to secure-protection routing. *Information Sciences*, 541:516–530, 2020.